

**Всеукраїнська олімпіада
Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна
з математики, дистанційний тур**

Олімпіада з математики проводиться для вступу в Харківській національний університет імені В. Н. Каразіна на навчання за спеціальностями 111 «Математика» і 014.04 «Середня освіта (Математика)».

Перший (дистанційний) тур олімпіади триває з 2 по 31 березня 2020 року.

Попередні результати першого туру будуть оприлюднені 8 квітня 2020 року, а остаточні — 13 квітня 2020 року.

За результатами дистанційного туру учасники, які набрали не менше 75% балів, будуть запрошені на другий (очний) тур. Очний тур відбудеться 26 квітня 2020 року об 11 годині в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна (майдан Свободи, 4, ауд. 6-52).

Учасникам другого туру, які наберуть не менше ніж 90% балів на другому турі, нараховуються 20 додаткових балів до оцінки з математики у сертифікаті зовнішнього незалежного оцінювання з математики при розрахунку конкурсного бала в університеті.

Інструкція з виконання

Дистанційний тур складається з 8 задач. Повний розв'язок кожної задачі оцінюється в 7 балів. Неповні розв'язки також будуть оцінені (в залежності від ступені просунення).

Будь ласка, розв'яжіть задачі й запишіть розв'язки на аркушах паперу. Напишіть на кожному аркуші Ваше ім'я і прізвище. Якщо Ви отримали лише частковий розв'язок або маєте якісь міркування, **обов'язково** напишіть їх теж; є шанси, що вони також будуть оцінені. Будь ласка, намагайтеся писати акуратно і розбірливо: нам буде легше оцінити Вашу роботу. Потім відскануйте або сфотографуйте всі аркуші. **Обов'язково** перевірте якість отриманих файлів.

Надішліть файли з Вашою роботою електронною поштою на адресу vstup.math@karazin.ua **не пізніше 31 березня 2020 року**. У листі вкажіть таку інформацію про себе:

- Прізвище,
- Ім'я,
- По батькові,
- Контактний телефон,
- Якщо Ви ще навчаєтесь у школі: повна назва Вашого навчального закладу і клас; якщо Ви вже закінчили школу: повна назва навчального закладу та рік закінчення.

Коли ми отримаємо Вашого листа і перевіримо, що всі вкладення відкриваються і добре читаються, ми підтвердимо отримання розв'язків відповіддю на Вашу електронну адресу. У разі виникнення проблем з файлами ми повідомимо про них також на Вашу електронну адресу.

Якщо у Вас виникнуть питання щодо умов задач, Ви можете написати електронного листа на вказану вище адресу.

Бажаємо успіхів!

**Всеукраїнська олімпіада
Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна
з математики, дистанційний тур
Завдання**

1. У посудину з водним розчином невідомої науці речовини невідомої концентрації відомий своєю неуважністю лаборант Валентин налив 1 літр чистої води, якою збирався полити квітку. Після цього концентрація розчину стала дорівнювати 50%. А коли Валентин долив у посудину ще 1 літр чистої води, концентрація розчину зменшилася до 40%. Якою спочатку була концентрація розчину невідомої науці речовини? Відповідь обґрунтуйте.
2. Розв'яжіть рівняння:

$$\log_x 5 + \log_x 4 + \log_x 3 + \log_x 2 = 1.$$

3. Кожний член нескінченної геометричної прогресії – двійка, піднесена до цілого від'ємного степеня, а сума цієї прогресії дорівнює $\frac{1}{7}$. Знайдіть таку прогресію. Відповідь обґрунтуйте.
4. Розв'яжіть систему рівнянь:

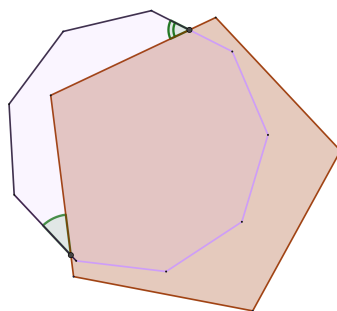
$$\begin{cases} x^2 = 21 - y, \\ y^2 = 21 - x. \end{cases}$$

5. Зобразіть на координатній площині xOy точки, координати $(x; y)$ яких задовольняють систему рівнянь

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y = 0, \\ \cos x \cdot \sin y = 0. \end{cases}$$

Відповідь обґрунтуйте.

6. Правильний п'ятикутник поклали на правильний дев'ятикутник так, що п'ять сторін дев'ятикутника повністю або частково відкриті, як показано на рисунку. Знайдіть суму двох кутів, відмічених на рисунку. Відповідь обґрунтуйте.



7. Знайдіть хоча б одну пару натуральних чисел m і n , які задовольняють рівність

$$\sqrt{m} + \sqrt{n} = \sqrt{50}.$$

8. На дошці намальований графік функції $y = \frac{1}{x}$. Андрій провів дотичну до графіку і відмітив точки A і B її перетину з осями координат. Потім він знайшов площу трикутника AOB , де O – початок координат. Яке число міг отримати Андрій? Наведіть усі можливі випадки. Відповідь обґрунтуйте.